

14. Non Linear : 非線型

線型でないこと。世の中は、あれもこれも非線型だらけ。よって世間を見渡せば、非線型が分かる。と、これでは説明になってまい。非線型を説明するには、線型の説明が先立つ必要がある。

1) 線型の本質

線型の本質を一言で言えば、以下の重合せ原理の関係式が成立することである。

$$\text{【重合せ原理の関係式】 } F [x + y] = F [x] + F [y]$$

ここで、関係式として連続関数 $f(x)$ を取り上げると、その解は $f(x) = ax$ というまさに線型そのものの比例関数として求まる。(余談だが、連続関数の条件を省くと、比例関数以外の別解があるとの予想外の結果が得られているような。)

2) 非線型が一杯

世の中は、重合せ原理の関係式が成り立つような単純な線型世界ではない。例えば、A氏とB氏という技術者がいて、協力して仕事を進める場合がある。その時に、人間関係により異なる事態となる。

- ・強力な協力関係が構築されると、大きな力となる。

二人の協力による仕事 > A氏の能力での仕事 + B氏の能力での仕事

- ・逆に不仲で足を引っ張り合うような状況になると、以下の図式となる。

二人の引っ張り合いによる仕事 < A氏の能力での仕事 + B氏の能力での仕事

或いは、中国の蝶の一羽ばたきが、日本での強風の源になる、とのバタフライ効果の喩えは、非線型現象を端的に表している。(因みに「アメリカがくしゃみすると、日本の風邪になる。」というのは経済現象を喩えた、別の行間。これも非線型には違いないけれど。)仕事の協力でも中国蝶にしても、単純な重合せ原理の関係式とはなっていない。因果応報としても、そこでの因果関係は摩訶不思議な非線型関係となることの多いのが、この世の習いである。

3) PA分野での非線型

(1)対象の非線型モデル

- ・ $ax + b$ と定数項あるだけでも、また無駄時間があるだけでも、非線型である。他にも、不感帯、ヒステリシス (履歴効果) 等、現実世界には様々な状況がある。
- ・ 幾つかの有名な汎用形式の非線型モデルがある。化学プラントに対しては、その適用は一筋縄にいかない。

観測部分の非線型：ウィーナタイプ 操作入力部分の非線型：ハマージュタイプ

(2)非線型制御則

- ・ 対象の非線型性は多様である。よって、制御則も非線型の形式に相応しい各論となる。一律に有効となるような非線型制御則はない。
- ・ 対象とは独立して考えられる非線型制御則がある。①ファジィ (Fuzzy)、②AI (=Artificial Intelligent : 人工知能)、③ニューロ (Neuro)、④GA (Genetic : 遺伝子)、⑤カオス等である。①②③を合せてFAN、①~④を合せてFANGと、一まとめに表現されることがある。

4) 線型化の手法

複雑な対象を単純化して近似するのが、線型化である。色々な手法が存在している。

手 法	内 容
(1)簡単な式変形による線型化	①定数項 $ax + b$ の定数項 b を一旦外すと、 ax と線型化できる。線型関係を求めた後で、定数項を付け加える、という手段がある。 ②指数関数の対数化 指数関数は非線型関数。だが、その対数を取ると、線型に変わる。
(2)折線近似 (区分線型化)	部分毎に線型と見なす。
(3) (線型+外乱) 近似	外乱項として、非線型の全てを押込める発想である。
(4)多変数線型近似	さすがに一変数での線型近似では、近似不足が殆どであろう。しかし、多変数線型近似は、当然といえども遠からずのこともある。PA分野で成功事例のあるモデル予測制御は、まさに多変数線型近似を利用している。

